2000/01

W5. Die **Endquersumme** einer Zahl erhält man, wenn man von dieser Zahl die Quersumme bildet, von dieser Quersumme wiederum die Quersumme bildet, usw., bis man eine einstellige Zahl erhält. Beispiel: Die Quersumme von 5421 ist 12, denn $5 + 4 + 2 + 1 = 12$
Die Quersumme von 12 ist 3.
Die Endquersumme von 5421 ist 3.

a) Bilde die Endquersumme der folgenden Zahlen:
(1) 243,
(2) 78564,
(3) 1000999.

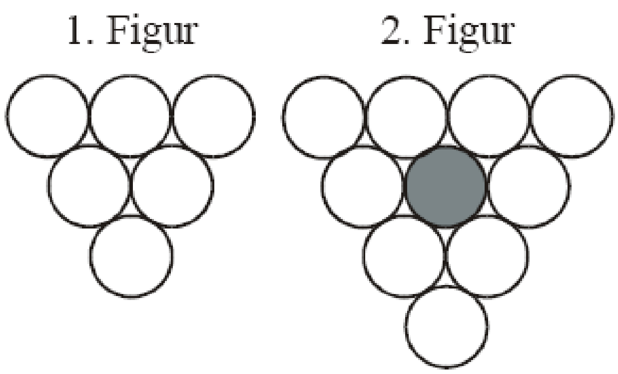
b) Notiere alle Zahlen zwischen 120 und 150, welche die Endquersumme 5 haben.

c) Notiere alle Zahlen zwischen 1000 und 1100, welche die Endquersumme 1 haben.

d) Die Endquersumme der beiden folgenden Zahlen ist 3. Bestimme die jeweils fehlenden Ziffern. Gib jeweils alle Möglichkeiten an!
(1) 954**X**1,
(2) 8**X**76.

2001/02

W5. Die Abbildung zeigt die ersten zwei Figuren einer Figurenfolge. Jede Figur wird aus gleichen Münzen gelegt. Auf dem Rand der 2. Figur liegen 9 Münzen, im Inneren dieser Figur liegt 1 Münze.



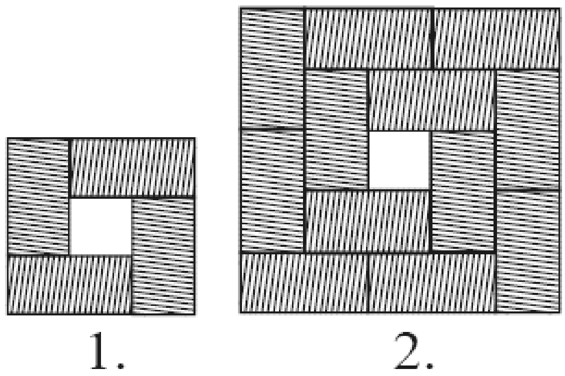
a) (1) Bestimme die Anzahl der Münzen auf dem Rand der 4. und 5. Figur.
(2) Bestimme die Anzahl der Münzen im Inneren der 4. und 5. Figur.

b) (1) Bestimme die Anzahl der Münzen auf dem Rand der 12. Figur.
(2) Bestimme die Anzahl der Münzen im Inneren der 12. Figur.

c) (1) Eine Figur hat 45 Münzen auf dem Rand. Wie viele Münzen liegen im Inneren dieser Figur?
(2) Eine Figur hat 45 Münzen im Inneren. Wie viele Münzen liegen auf dem Rand dieser Figur?

2002/03

W5. Nebenstehende Skizze zeigt die ersten zwei Figuren einer Figurenfolge. In jeder Figur werden gleich große Rechtecke ringförmig angeordnet. Auf dem äußeren Ring der 2. Figur liegen 8 Rechtecke.



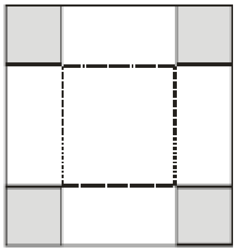
a) (1) Bestimme die Anzahl der Rechtecke auf dem äußeren Ring der 4. und der 5. Figur.
(2) Bestimme die Gesamtzahl der Rechtecke der 4. und der 5. Figur.

b) (1) Bestimme die Anzahl der Rechtecke auf dem äußeren Ring der 12. Figur.
(2) Bestimme die Gesamtzahl der Rechtecke der 12. Figur.

c) (1) 32 Rechtecke liegen auf dem äußeren Ring. Aus wie vielen Rechtecken besteht diese Figur?
(2) Eine Figur besteht aus 180 Rechtecken. Wie viele Rechtecke liegen auf dem äußeren Ring dieser Figur?

2003/04

W5. Aus einem quadratischen Stück Pappe stellt man eine oben offene Schachtel mit 2 cm Länge, 2 cm Breite und 1 cm Höhe her (Modell 1). Bei weiteren Modellen vergrößert sich die Seitenlänge der Pappvorlage um jeweils 1 cm, die Seitenlänge der ausgestanzten Eckquadrate wächst jeweils um 0,5 cm.



a) Ergänze die Tabelle!

Modell	**1**	**2**	**3**	**4**				
Seitenlänge der Pappvorlage [cm]	4	5	6					
Seitenlänge der Eckquadrate [cm]	1	1,5	2		…		…	
Volumen [cm^3]	4			10				44
Abfallfläche [cm^2]	4	9				144		

b) Manche Eckquadrate lassen sich wieder als Pappvorlage verwenden. Die Eckquadrate von Modell 7 entsprechen genau der Pappvorlage für Modell 1.
   (1) Die Eckquadrate von welchem Modell entsprechen genau der Vorlage für Modell 2?
   (2) Für welches Modell kann man die Eckquadrate von Modell 13 genau als Vorlage verwenden?

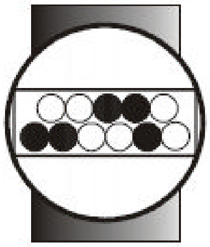
2004/05

W5. Beim Spiel "Würfelmax" wird mit zwei zwanzigflächigen "Würfeln" mit den Augenzahlen von 1 bis 20 gewürfelt; einer davon ist blau (b), der andere rot (r). Dabei gilt folgende Spielregel: **Beide gewürfelten Zahlen werden multipliziert, anschließend wird die Zahl des roten Würfels zu diesem Produkt addiert**. Beispiel:
Blauer Würfel: 7 und roter Würfel: 3 wird als (b 7) und (r 3) bezeichnet; das Ergebnis lässt sich berechnen: $7 \cdot 3 + 3 = 24$.

a) Berechne das Ergebnis für (b 9) und (r 6).
b) Max würfelt (b 20) und (r 1); Moritz würfelt (b 1) und (r 20). Um wie viel unterscheiden sich die beiden Ergebnisse?
c) Welches ist das höchste Ergebnis, wenn beide Würfel verschiedene Zahlen zeigen?
d) Der rote Würfel zeigt die Zahl 4. Welche Zahl zeigt der blaue Würfel, wenn das Ergebnis 52 ist?
e) Der blaue Würfel zeigt die Zahl 3. Das Ergebnis ist 36. Welche Zahl zeigt der rote Würfel?
f) Für (b 6) und (r 8) ergibt sich 56. Notiere 3 weitere Möglichkeiten mit dem Ergebnis 56.

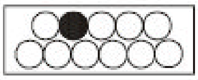
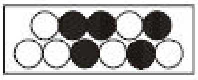
2005/06

W5. Herr Nitsche hat zu seinem Geburtstag eine Armbanduhr mit einer ungewöhnlichen Anzeige bekommen. Die Anzeige besteht aus zwei Reihen mit Leuchtpunkten (LED). Die oberen fünf LEDs dienen zur Stundenanzeige (**16 – 8 – 4 – 2 – 1**), die unteren sechs zur Minutenanzeige (**32 – 16 – 8 – 4 – 2 – 1**). Um die Uhrzeit zu ermitteln, werden pro Reihe die den aufleuchtenden LEDs [●] entsprechenden Zahlen addiert. Für die dargestellte Uhr bedeutet dies:



Obere Reihe: 4 + 2 = 6, untere Reihe: 32 + 16 + 2 = 50. Es ist also 6:50 Uhr.

a) Wie spät ist es in den beiden Darstellungen?

(1)  (2) 

b) Stelle folgende Uhrzeiten dar:

(1) 16:01 Uhr (2) 20:15 Uhr

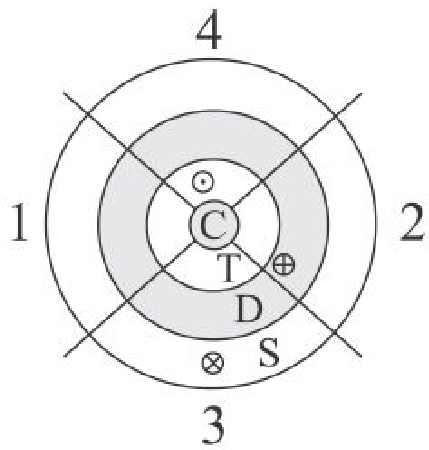
c) In jeder Reihe brennt genau eine Lampe.

(1) Nenne vier mögliche Uhrzeiten.

(2) Wie viele Uhrzeiten können insgesamt auf diese Art angezeigt werden?

d) Ist es möglich, dass bei einer ordnungsgemäß funktionierenden Uhr alle Lämpchen leuchten? Begründe deine Antwort.

2006/07



W5. Bei einem Wurfspiel werden die Treffer wie folgt bewertet:

- Ein Treffer im Zentrum (Centre) zählt 10 Punkte.
- Wer die Scheibe nicht trifft, bekommt 0 Punkte.
- Ein Treffer im äußeren Ring (Single) zählt einfach.
- Ein Treffer im mittleren Ring (Double) zählt doppelt.
- Ein Treffer im inneren Ring (Triple) zählt dreifach.

Die erzielten Punkte werden z. B. so berechnet (s. Abb.):

⊗: S3 bedeutet $1 \cdot 3 = 3$ Punkte

⊕: D2 bedeutet $2 \cdot 2 = 4$ Punkte

⊙: T4 bedeutet $3 \cdot 4 = 12$ Punkte, also insgesamt 19 Punkte

Jeder Spieler wirft dreimal.

a) Svenja wirft C|D2|S3. Berechne ihre Punktzahl.

b) Tobias, Annika und Julian schaffen jeweils 14 Gesamtpunkte.

(1) Tobias trifft T1|S2. Wo landet der dritte Pfeil?

(2) Annika trifft D4|S2. Finde alle Möglichkeiten für ihren dritten Wurf.

(3) Julian trifft im ersten Wurf D2. Finde alle Möglichkeiten für seinen zweiten und dritten Wurf.

c) Ermittle die maximale Punktzahl für das Wurfspiel mit drei Würfen.

d) Welches ist die (1) maximale (2) minimale Punktzahl, wenn jeder der drei Pfeile in einem anderen Feld landet und kein Fehlwurf dabei ist?

2007/08

W5. Lea macht Urlaub in Skandinavien. Sie interessiert sich sehr für Autokennzeichen. Sie nimmt an, dass diese aus den Buchstaben von A bis Z und den Ziffern von 0 bis 9 gebildet werden.

a) Schwedische Kennzeichen haben am Anfang drei Buchstaben, dann folgen drei Ziffern.

(1) Lea kann die letzte Ziffer eines Kennzeichens nicht lesen. Gib ein mögliches Kennzeichen an. Wie viele Autos könnten ein solches haben?

(2) Bei einem anderen Fahrzeug ist der erste Buchstabe unleserlich. Wie viele Fahrzeuge mit diesem Kennzeichen kann es geben?

(3) Wie viele Kennzeichen mit LEA sind denkbar?

(4) Ein Kennzeichen soll auf 007 enden. Wie viele Kennzeichen kann es davon geben?

b) Norwegen hat Kennzeichen mit zwei Buchstaben am Anfang, es folgen fünf Ziffern. Die Null darf nicht an der ersten Ziffernstelle stehen. Lea entdeckt ein Auto, dessen Kennzeichen mit L beginnt und mit 007 endet. Wie viele solche Kennzeichen kann es höchstens geben?

c) Vergleiche die Anzahl der möglichen Kennzeichen in Schweden und Norwegen miteinander!

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

Quelle: Aufgaben des Mathematikwettbewerbes der 8-ten Klassen des Landes Hessen.
Die Originalaufgaben in vollständiger Form sind unter folgender Adresse erhältlich:
www.mathematik-wettbewerb.de